Selectivo equipo chileno para la

Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas 2014

6 de Agosto de 2014

Nombre:

Fecha de Nacimiento:

Teléfono:

Problema 1. Considere una función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verificando para todo $x \in \mathbb{R}$

$$f(x+1) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - f(x)^2}.$$

Demuestre que existe $b > 0$ tal que $f(x+b) = f(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Problema 2. Sea $\triangle ABC$ un triángulo y puntos P, Q, R sobre los lados AB, BC y CA respectivamente de manera tal que

$$\frac{AP}{AB} = \frac{BQ}{BC} = \frac{CR}{CA} = \frac{1}{n}$$

para $n \in \mathbb{N}$. Los segmentos AQ y CP se cortan en D, los segmentos BR y AQ se cortan en E y los segmentos BR y CP se cortan en F. Calcule la razón

$$\frac{Area(\triangle ABC)}{Area(\triangle DEF)}.$$

Problema 3. Sea $x_0 = 5$ y $x_{n+1} = x_n + \frac{1}{x_n}$. Demuestre que

$$45 < x_{1000} < 45,1.$$

Tiempo: 2 horas.