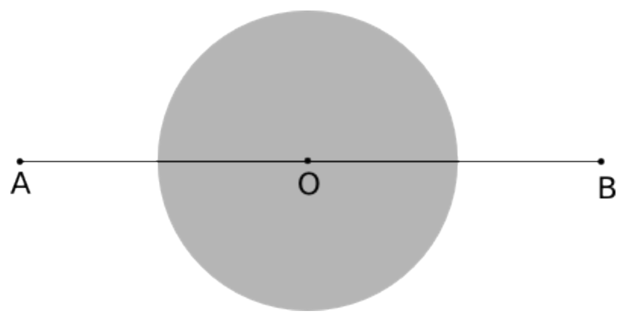
OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMATICAS 2011

NIVEL MAYOR

Primera prueba
Sábado 6 de Agosto

Problema 1. Encuentre el camino más corto que va desde el punto A hasta el punto B y que no pasa por el interior de la región circular. Calcule el largo de tal camino si $\overline{AO} = \overline{OB} = 2$ y el radio de la región circular es 1.



Problema 2. Una pizza gigante, circular y perfectamente plana debe ser compartida por 211 personas. ¿Cuál es la menor cantidad de cortes rectos que se deben hacer sobre la pizza de manera que cada persona pueda tener un pedazo de pizza? (los pedazos no son necesariamente de la misma forma ni con la misma área).

Problema 3. ¿Existen números enteros m, n tales que la siguiente ecuación se verifica?

$$n\sqrt{2} + m\sqrt{3} = 2011.$$

Tiempo: 2 horas.

OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMATICAS 2011
NIVEL MAYOR
Segunda prueba
Sábado 6 de Agosto

Problema 4. Un nadador se encuentra en el centro de una piscina circular. En el borde de la piscina, un perro lo espera para tratar de morderlo. El perro solo puede correr a lo largo del borde de la piscina a una velocidad 4 veces mayor a la velocidad con que avanza el nadador en el agua. Determine si es posible o no que el nadador pueda salir de la piscina sin ser alcanzado por el perro.

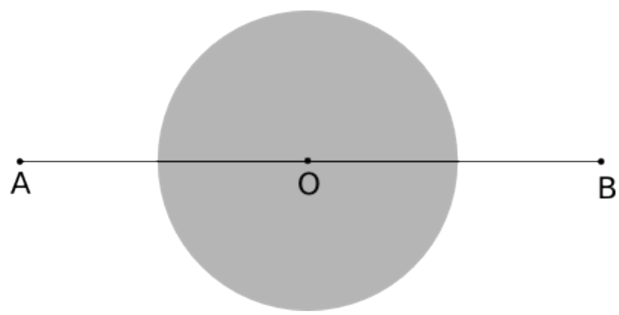
Problema 5. Determine si existen o no dos dígitos distintos a, b tales que el número ab es un múltiplo del número ba (ambos escritos en notación decimal).

Problema 6. Sobre una laguna infinita hay dispuestas flores de loto enumeradas $f_1, f_2, f_3, \ldots$ Encima de cada una de las primeras k flores de loto hay una ranita. Las ranitas saltan de una flor a otra siguiendo la siguiente regla: si una ranita está sobre la flor f_n puede saltar (a su gusto) a la flor f_{n+1} o bien a la flor f_{n+m} en donde $m > 1$ es un número entero fijo y es el mismo para todas las ranitas. Demuestre que si $k \leq m$ entonces las ranitas pueden efectuar saltos de manera que cada flor sea visitada por una ranita exactamente una vez. Muestre además que esto no es posible cuando $k > m$.

Tiempo: 2 horas.

OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMATICAS 2011
NIVEL MENOR
Primera prueba
Sábado 6 de Agosto

Problema 1. Encuentre el camino más corto que va desde el punto A hasta el punto B y que no pasa por el interior de la región circular.



Problema 2. Una pizza gigante, circular y perfectamente plana debe ser compartida por 22 personas. ¿ Cuál es la menor cantidad de cortes rectos que se deben hacer sobre la pizza de manera que cada persona pueda tener un pedazo de pizza? (los pedazos no son necesariamente de la misma forma ni con la misma área).

Problema 3. ¿ Existen números enteros m, n tales que la siguiente ecuacin se verifica?

$$n\sqrt{2} + m\sqrt{3} = 2011.$$

Tiempo: 2 horas.

OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMATICAS 2011
NIVEL MENOR

Segunda prueba
Sábado 6 de Agosto

Problema 4. Se traza un cuadrilátero convexo y se consideran los 4 triángulos que se obtienen de tomar 3 de los 4 vértices del cuadrilátero. Si el área del mayor de estos triángulos es 1888 y el área del menor de estos triángulos es 123, determine cuál es el mayor valor que puede tener el área del cuadrilátero y determine cuál es el menor valor que puede tener el área del cuadrilátero.

Problema 5. Determine si existen o no dos dígitos distintos a, b tales que el número ab es un múltiplo del número ba (ambos escritos en notación decimal).

Problema . Sobre una laguna infinita hay dispuestas flores de loto enumeradas $f_1, f_2, f_3, \ldots$. Encima de cada una de las primeras 25 flores de loto hay una ranita. Las ranitas saltan de una flor a otra siguiendo la siguiente regla: si una ranita está sobre la flor f_n puede saltar (a su gusto) a la flor f_{n+1} o bien a la flor f_{n+30}. Demuestre que las ranitas pueden efectuar saltos de manera que cada flor sea visitada por una ranita exactamente una vez.

Tiempo: 2 horas.