Prueba de selección del equipo chileno
para la Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas 2012.
Martes 28 de Agosto

Nombre

e-mail

Teléfono

Fecha de Nacimiento

Problema 1. Sea $\triangle ABC$ un triángulo y l una recta que corta las tres rectas BC, CA, AB en los puntos D, E, F respectivamente. Suponga que l no pasa por ningún vértice del triángulo. Considere los círculos $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}_B, \mathcal{C}_A$, $\mathcal{C}_C$ circunscritos respectivamente a $\triangle ABC$, $\triangle DBF$, $\triangle AEF$, $\triangle DCE$. Demuestre que los cuatro círculos $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}_B, \mathcal{C}_A$, $\mathcal{C}_C$ son concurrentes.

Problema 2. Denotamos por (x) al entero más cercano al número x. En el caso en que x esté a la misma distancia de dos enteros, entonces (x) representa al mayor de ellos.

Sea N un número natural. Demuestre que

$$N = \left(\frac{N}{2}\right) + \left(\frac{N}{4}\right) + \left(\frac{N}{8}\right) + \cdots + \left(\frac{N}{2^n}\right) + \ldots$$

Problema 3. En una ciudad, en la que hay por lo menos tres cruces de calles, se verifica lo siguiente: para cualesquiera tres cruces de calles A, B, C , existe un camino desde el cruce A hasta el cruce B sin pasar por el cruce C. Demuestre que desde cualquier cruce de calles a cualquier otro, existen dos caminos que no se cortan.

Tiempo: 2.5 horas.