SOCIEDAD DE MATEMÁTICA

OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMATICAS 2007
NIVEL MENOR
Primera Prueba Jueves 11 de Octubre

Problema 1. Pedro y Juan estn en puntos opuestos de una rotonda. Si Pedro da 917 vueltas a la rotonda y Juan da 1090 vueltas a la misma en el mismo tiempo, pero en sentido contrario, determine cuntas veces se cruzan.

Problema 2. A partir de un tringulo $T = \triangle ABC$, construimos el tringulo $T_1 = \triangle A_1B_1C_1$ cuyos vrtices son los puntos medios de los lados de T. El tringulo $T_2 = \triangle A_2B_2C_2$ se construye a partir de T_1 de manera anloga. Construimos as los tringulos $T_3, T_4, \ldots, T_{2007}$. Pruebe que el centro de gravedad G del tringulo T est en el interior del tringulo T_{2007}.

Problema 3. Considere un polgono no convexo de 10000 lados y una recta que no pasa por ninguno de los vrtices del polgono. Muestre que la recta no puede cortar exactamente 2007 de los lados del polgono.

Tiempo: 3.5 horas.

OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMATICAS 2007
NIVEL MENOR
Segunda Prueba Viernes 12 de Octubre

Problema 4. Determine si es posible dibujar una cantidad finita de crculos $S_1, S_2, \ldots, S_n$ en el interior de un cuadrado de lado 1 de modo que sus interiores no se intersecten y la suma de sus radios sea mayor que 2007.

Problema 5. Siete invitados a una fiesta se sientan en sillas igualmente espaciadas alrededor de una mesa redonda, pero no se han fijado que en los puntos hay tarjetas con los nombres de los invitados.

a) Suponiendo que se han sentado con tan mala suerte que ninguno se encuentra en el lugar que le corresponde, muestre que es posible lograr que al menos dos personas queden en su puesto correcto, sin que nadie se pare de su asiento haciendo girar la mesa.

b) Muestre una configuracin donde exactamente un invitado est en su lugar asignado y donde de ninguna forma que se gire la mesa es posible lograr que al menos dos queden bien.

Problema 6. A una revista de 32 pginas se le ha arrancado una hoja y tiene 2 pginas rayadas. El producto de los nmeros de las pginas rayadas y las faltantes es 6144. Determine las pginas que faltan.

Tiempo: 3.5 horas.

OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMATICAS 2007
NIVEL MAYOR
Primera Prueba Jueves 11 de Octubre

Problema 1. Sobre un tablero de ajedrez de 16×16 casilleros se mueve un caballo haciendo solo movimientos de dos tipos: desde cada casilla se puede mover ya sea dos casillas hacia la derecha y una hacia arriba, o dos casillas hacia arriba y una a la derecha. Determine de cuantas formas puede el caballo desplazarse desde la casilla inferior izquierda del tablero a la casilla derecha superior.

Problema 2 Dado un $\triangle ABC$, determine cual es el circulo de menor area que lo contiene.

Problema 3 Dos jugadores, Aurelio y Bernarno, juegan el siguiente juego. Aurelio Comienza escribiendo el numero 1. A continuacin le toca a Bernarndo, que escribe el numero 2. De ahi en adelante, cada jugador elige si le suma 1 al numero que acaba de escribir el jugador anterior, o si multiplica dicho numero por 2. Entonces escribe el resultado y le toca al otro jugador. Pierde el primer jugador que escribe un numero mayor que 2007. Determine si hay alguna estrategia ganadora para algun jugador.

SOCIEDAD
DE
MATEMÁTICA

OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMATICAS 2007
NIVEL MAYOR
Segunda Prueba Viernes 12 de Octubre

Problema 4 31 invitados a una fiesta se sientan en sillas igualmente espaciadas alrededor de una mesa redonda, pero no se han fijado que en los puestos hay tarjetas con los nombres de los invitados.

- Suponiendo que se han sentado con tan mala suerte que ninguno se encuentra en el lugar que le corresponde, muestre que es posible lograr que al menor dos personas queden en su puesto correcto, sin que nadie se pare de su asiento, haciendo girar la mesa.
- Muestre una configuracion donde exactamente un invitado esta en su lugar asignado y donde de ninguna forma que se gire la mesa es posible lograr que al menos dos queden bien

Problema 5 Bob le propone a Johanna el siguiente juego. Un tablero con forma de triangulo equilatero formado por 256 triangulos equilateros mas pequeos, uno de los cuales esta pintado de negro. Bob elige un punto en el interior del tablero y coloca una pequena ficha. Johanna puede elegir uno de los tres vertices del triangulo grande y mover la ficha hacia el punto medio entre la posicion actual de la ficha y el vertice escogido. Johanna gana si logra colocar su ficha dentro del triangulo negro. Pruebe que Johanna gana en a lo mas 4 jugadas.

Problema 6 Dado un $\triangle ABC$ isoceles con base $\overline{BC}$ anotamos con M el punto medio de dicha base. Sea X un punto cualquiera en el arco mas corto AM del cirscuncirculo del $\triangle ABM$ y sea T un punto en el interior del $\angle BMA$ tal que $\angle TMX = 90$ y $\overline{TX} = \overline{BX}$. Demostrar que $\angle MTB - \angle CTM$ no depende de X.

Tiempo: 3.5 horas.